

27
NOTICE

27
SUR LES

TRAVAUX SCIENTIFIQUES

De M. QUET

INSPECTEUR GÉNÉRAL DE L'INSTRUCTION PUBLIQUE



PARIS

TYPOGRAPHIE DE ROUGE, DUNON ET FRESNÉ.

rue du Four-Saint-Germain, 43.

1873

1911

THE JOURNAL OF THE

ROYAL SOCIETY OF MEDICINE

Volume 4, Part 1, 1911



—

1911

NOTICE

SUR LES

TRAVAUX SCIENTIFIQUES

De M. QUET

INSPECTEUR GÉNÉRAL DE L'INSTRUCTION PUBLIQUE

I

ACTIONS MOLÉCULAIRES — CAPILLARITÉ

Théorie et lois des phénomènes capillaires.

L'Académie a décerné en 1883 une récompense à l'auteur de ce mémoire. — Commission composée de MM. Pouillet, Serret, Duhame!, Fizeau et Bertrand rapporteur.

L'exactitude des lois générales établies par Laplace paraissait infirmée par certaines expériences; des phénomènes nouveaux, découverts en étudiant l'action de la chaleur sur l'ascension des liquides dans les tubes capillaires, étaient regardés comme contraires à la théorie; enfin, les principes mêmes de cette théorie avaient été attaqués par Poisson, qui en avait déduit des résultats inadmissibles.

Afin de voir si ces diverses objections étaient fondées, j'ai fait, avec le con-

cours de M. Seguin, des expériences sur l'ascension de l'eau dans des tubes fins et gros, et entre des plaques très-écartées ou très-rapprochées ; j'ai cherché un criterium pour reconnaître si ces expériences offraient plus de garanties que celles dont on s'était servi contre la théorie de Laplace ; en outre, j'ai trouvé une règle pour calculer la hauteur *moyenne* de la surface capillaire à l'aide de la hauteur observée du point le plus bas de cette surface.

J'ai pu constater de cette manière que les objections n'étaient pas fondées, soit parce que les expériences n'avaient pas toujours été faites dans les meilleures conditions, soit parce que, sans la connaissance de la règle dont je viens de parler, il n'était pas possible de se servir même des expériences bien faites pour contrôler la théorie, lorsque l'on employait de gros tubes ou des plaques suffisamment écartées.

J'ai vérifié plusieurs expériences relatives à l'action de la chaleur, et j'ai montré que toutes celles dont on s'était servi pour critiquer la théorie de Laplace lui étaient favorables, et que les nouveaux résultats auraient pu être prévus avec son aide.

En introduisant dans les équations de Poisson les forces de liaison dont il avait fait abstraction, au lieu d'être conduit comme lui à des résultats inadmissibles, j'ai retrouvé par cette méthode nouvelle les mêmes lois que Laplace.

La conclusion du Mémoire est que la théorie se trouve dégagée de toutes les difficultés accumulées contre elle par l'expérience et par le calcul, et que ses lois sont conformes à l'observation, même quand on mesure les ascensions des liquides dans de gros tubes, ou entre des lames très-écartées.

II

OPTIQUE

1. — Loi de la diffraction de la lumière dans le cas d'un écran à bord rectiligne. — Phénomènes nouveaux de diffraction obtenus avec un système d'écrans qui pénètrent chacun dans l'ombre de celui qui précède. — Leurs lois. — Théorie nouvelle des ondes dérivées de divers ordres.

Mémoire présenté à l'Académie le 20 août 1855, et publié dans le tome XLVI, 3^e série, des *Annales de physique et de chimie*.

J'ai trouvé cette loi très-simple pour les positions relatives des franges brillantes et obscures qui se succèdent sur l'écran : les carrés des distances à l'ombre géométrique des points où l'intensité de la lumière est maximum ou minimum sont entre eux comme les termes d'une progression arithmétique commençant par 3 et dont la raison est 4.

J'ai démontré par la théorie cette loi que j'avais d'abord découverte empiriquement, et, de cette manière, j'ai rendu inutiles les calculs longs et laborieux que l'on serait obligé de faire en suivant la méthode de Fresnel, ou la méthode perfectionnée de Cauchy.

J'ai aussi trouvé cette autre loi qui met en évidence les différences des résultats auxquels conduisent les deux théories d'Young et de Fresnel ; les lieux des maxima et des minima d'intensité sont les points dans lesquels se croisent deux rayons venant de la source lumineuse, l'un directement et l'autre par le bord de l'écran, lorsque la différence de leurs chemins est égale à un nombre impair ou pair de demi-ondulations diminué d'un huitième d'ondulation. Quant à la faible lueur qui pénètre dans l'ombre de l'écran, j'ai montré qu'elle s'y propage par ondes dont le centre est sur le bord de l'écran ; ce qui constitue les ondes dérivées du premier ordre.

J'ai obtenu de nouveaux phénomènes de diffraction en plaçant devant un point lumineux une série d'écrans à bords parallèles, qui pénètrent chacun dans l'ombre de celui qui précède. En avant de chaque bord, il se produit des franges alternative-

ment brillantes et obscures; et en arrière, il se propage une faible lueur dont l'existence est rendue très-appréciable par les franges fort nettes qui correspondent à l'écran suivant. Toutes ces franges s'expliquent au moyen de la nouvelle théorie que j'ai donnée des ondes dérivées de divers ordres, et qui en fixe les lois.

2. — Lois des phénomènes de diffraction produits par une fente étroite.

Mémoire présenté à l'Académie le 4 août 1856, et publié dans les *Annales de physique et de chimie*, t. XLIX, 3^e sér.

Les franges intérieures présentent des phénomènes excessivement changeants. Par exemple, dans le plan de symétrie, si la frange est brillante, elle varie d'éclat à mesure que le plan d'observation s'approche de la fente, puis elle devient sombre, pour reprendre ensuite de l'éclat; cette frange centrale passe également par une suite de maxima et de minima d'intensité, sans que le plan d'observation change de place, lorsqu'on fait varier la grandeur de la fente ou la distance de la source lumineuse. A droite et à gauche du plan de symétrie, on observe des phénomènes analogues, avec cette complication de plus, que les franges brillantes, qui semblent naître des franges obscures, éprouvent un déplacement latéral.

On n'avait jamais tenté de chercher les lois de ces phénomènes très-complexes. La théorie des ondulations m'a permis de les trouver et de leur donner un énoncé fort simple; j'ai ensuite vérifié les résultats de ces lois théoriques par un grand nombre de mesures micrométriques.

3. — Lois des phénomènes de diffraction produits par un fil très-fin.

Mémoire présenté à l'Académie des sciences et publié dans les *Annales de physique et de chimie*, t. XLIX, 3^e série.

J'ai appliqué la même méthode que dans le cas précédent, et j'ai pu trouver de la même manière les lois qui régissent les phénomènes de diffraction produits par un fil très-fin.

4. — Sur la théorie des ondulations.

L'Académie a décerné, en 1856, une mention honorable à l'auteur de ce travail. — Commission composée de MM. Pouillet, Foucault, Edm. Becquerel, Babinet et Fizeau rapporteurs.

Ce mémoire a pour objet principal la détermination des vibrations simultanées de l'éther et des systèmes atomiques qui forment les molécules des corps pondérables.

Dans des préliminaires sont discutés quelques problèmes d'acoustique et une loi de Cauchy sur la dispersion de la lumière.

J'y démontre cette proposition que les forces vives explicite, implicite et totale des systèmes vibrants sont respectivement égales à la somme des forces vives de même dénomination qui correspondent aux mouvements simples dont le mouvement général est formé.

J'ai communiqué à l'Académie une autre démonstration de cette proposition, le 9 décembre 1872.

Dans les préliminaires du mémoire se trouve aussi résolu le problème relatif aux vibrations des systèmes, lorsqu'elles sont entretenues par des impulsions périodiques et continues.

III

ACOUSTIQUE

Nouvelle théorie des tuyaux sonores.

Présentée à l'Académie des sciences le 7 août 1834, et publiée dans le *Journal de mathématiques pures et appliquées*.

La théorie de Bernoulli reproduit les séries caractéristiques de sons que l'on peut tirer des tuyaux ouverts et des bourdons, mais elle ne montre pas pourquoi les tuyaux peuvent renforcer les sons voisins de ceux qui appartiennent à ces séries.

La théorie de Poisson n'est pas aussi absolue, elle fait voir que les tuyaux peuvent renforcer inégalement une infinité de sons qui ne se trouvent pas dans les séries de Bernoulli. Malheureusement elle n'est pas d'accord avec l'observation; en effet, d'après cette théorie, les tuyaux ouverts aux deux bouts devraient renforcer avec une énergie croissante les sons qui se rapprochent de plus en plus de ceux qui sont compris dans la série caractéristique des bourdons, et réciproquement; l'expérience ne confirme pas ces résultats.

La théorie que j'ai donnée s'accorde avec les faits connus d'observation; les sons le plus énergiquement renforcés par un tuyau ouvert, sont ceux qui appartiennent à la série caractéristique de ce genre de tuyaux; le renforcement diminue pour les sons voisins, et diminue d'autant plus que le son produit s'éloigne davantage des sons de la série caractéristique; il en est de même pour les bourdons.

IV

ÉLECTRICITÉ — MAGNÉTISME ET DIAMAGNÉTISME

1. — Sur les produits de la décomposition de l'alcool par l'étincelle électrique et par la chaleur.
— Découverte d'un gaz nouveau (acétylène) et d'une poudre détonante nouvelle (acétylure de cuivre).

Ces recherches ont été présentées à l'Académie des sciences le 6 juin 1857 et le 10 mai 1858.

Le caractère saillant du gaz nouveau que j'ai obtenu en décomposant l'alcool d'abord par l'étincelle électrique, et ensuite par une forte chaleur, est de donner un précipité rouge brun très-foncé au contact d'une dissolution ammoniacale de protochlorure de cuivre. C'est par ce moyen que j'ai pu l'isoler du mélange gazeux fourni par l'étincelle. Je l'ai ensuite retiré du précipité rouge, en traitant ce dernier par l'acide chlorhydrique. Les analyses de M. Berthelot ont montré que ce gaz est l'acétylène et que le précipité rouge est l'acétylure de cuivre.

2. — Phénomène nouveau de polarité dans la décomposition des gaz par l'étincelle électrique.

Cette expérience a été présentée à l'Académie le 6 juin 1853.

Un tube, dans l'axe duquel étaient deux tiges de cuivre à grosses boules, était rempli d'hydrogène bicarboné et ensuite placé horizontalement. Pendant que le gaz était décomposé par une série d'étincelles électriques, on ne voyait aucune trace de charbon se déposer sur la surface horizontale du tube; mais un cône de charbon se formait sur chaque boule de cuivre. Les bases des deux cônes étaient sur les beules et les sommets s'avançaient l'un vers l'autre à mesure que la décomposition de l'hydrogène bicarboné croissait; lorsque les sommets se touchaient, le dépôt

de charbon devenait très-faible et disparaissait dès que le courant électrique pouvait passer par les charbons sans interruption.

Il résulte de là que la décomposition de l'hydrogène bicarboné par l'étincelle électrique n'est pas due à une action électrolytique, puisque le charbon se dépose également sur les deux tubes. Elle est un effet de la chaleur de l'étincelle.

Cette expérience permet de se rendre compte de divers faits qui se produisent dans la décomposition des liquides par l'étincelle électrique. J'ai décrit ces faits.

3. — Moyen d'enflammer les fourneaux de mine par les courants voltaïques.

Le procédé dont il s'agit a été imaginé par MM. Quet et Bauchetet, et appliqué par ce dernier, en 1843, à l'école du génie de Montpellier. Il est resté longtemps le seul employé. Son Excellence le maréchal Vaillant l'a décrit dans un rapport fait à l'Académie des sciences le 1^{er} mai 1854.

4. — Recherches sur divers phénomènes électriques.

Présentées à l'Académie des sciences le 6 juin 1853.

On trouve dans ces recherches les premières expériences qui ont été faites en accouplant deux machines de Ruhmkorff. J'ai obtenu par ce moyen des étincelles beaucoup plus longues que celles que l'on pouvait avoir auparavant, et j'ai donné ainsi un nouvel exemple de la possibilité d'accroître l'énergie de cette machine qui, depuis cette époque, a été rendue si puissante.

Je donne le moyen de fondre les fils de platine à l'aide de l'étincelle de la machine de M. Ruhmkorff, et le procédé de décomposer avec elle les liquides bons ou mauvais conducteurs.

5. — Nouveau magnétoscope pour les liquides magnétiques et diamagnétiques.

Présenté à l'Académie des sciences le 20 mars 1851.

Cet appareil se compose d'une double fourchette portant un tube de verre à index liquide ; une vis permet de rendre le tube horizontal ou de l'incliner très-peu. En plaçant le tube entre les pièces polaires du grand électro-aimant de M. Ruhmkorff, on peut constater aisément si l'index du tube est magnétique ou diamagnétique.

6. — Action d'un puissant électro-aimant sur l'arc lumineux de la pile. — Dard électrique.

Cette expérience a été présentée à l'Académie des sciences le 24 mars 1832.

L'arc lumineux de la pile, étant supposé vertical et placé entre les pôles du grand électro-aimant de M. Ruhmkorff, est transformé par l'action de cet appareil en un dard long, bruyant et très-chaud malgré sa grande longueur.

En variant cette expérience, j'ai pu constater que la matière dont se compose l'arc lumineux est soumise aux mêmes lois électro-magnétiques que les conducteurs solides traversés par les courants électriques.

Par ces expériences, j'ai pu définir avec précision le mode d'action exercée par le magnétisme terrestre sur les jets lumineux des aurores boréales.

7. — Expériences sur le magnétisme et la force coercitive du fer doux

Présentées à l'Académie des sciences le 29 novembre 1832.

Dans ces expériences, j'ai étudié les variations du magnétisme que possède le fer doux, à l'aide des courants induits causés par ces variations mêmes. J'ai décrit les phénomènes que l'on obtient de cette manière, soit lorsqu'il s'agit de constater le plus ou moins de rapidité avec laquelle le fer doux, préalablement aimanté par un courant électrique, se désaimante après la cessation de ce courant, soit lorsqu'on frappe le fer, soit dans d'autres conditions où j'ai placé ce corps.

8. — Expériences sur la lumière électrique stratifiée.

Présentées à l'Académie des sciences le 27 décembre 1832.

Ces expériences mettent en évidence d'une manière très-nette le phénomène des stratifications électriques ; elles montrent qu'un seul des deux courants induits, fournis par la machine de M. Ruhmkorff, peut se propager à travers le gaz raréfié, que ce courant instantané, en se reproduisant avec rapidité, donne à l'aiguille du galvanomètre une déviation permanente dont la grandeur s'accroît lorsqu'on rapproche les boules ou que l'on raréfie davantage le gaz jusqu'à une certaine limite.

9. — Nouvelles expériences sur la lumière électrique stratifiée. — Théories des stratifications.

Ce travail, fait avec le concours de M. Seguin, a pour objet de montrer que l'on peut obtenir de la lumière stratifiée, sans employer une machine d'induction, au moyen des décharges successives que fournit une bouteille de Leyde après la première explosion.

Ces expériences et la théorie des stratifications ont été présentées à l'Académie des sciences, et se trouvent exposées avec tous les développements nécessaires dans mon rapport sur les progrès de l'électricité : p. 142 à 149.

10. — Sur l'équivalence des courants fermés et plans de petites dimensions.

Je montre que deux courants électriques fermés et plans, de petites dimensions, sont équivalents lorsque les plans et les centres de gravité des aires coïncident, et que les intensités des courants sont en raison inverse des aires des circuits. Il résulte de là que l'on peut remplacer un courant par un autre de même intensité et de même aire, en donnant au contour du circuit une forme curviligne ou polygonale quelconque ; on peut aussi le remplacer par un courant polygonal d'aire différente, pourvu que les intensités soient en raison inverse des aires.

La conséquence finale de cette proposition est que l'action d'une tranche de barreau aimanté est équivalente à celle d'un courant électrique qui parcourrait son contour, et que celle du barreau est équivalente à l'action d'une suite de courants électriques formant un solénoïde autour du barreau.

Les détails relatifs à ces équivalences sont donnés dans mon rapport sur les progrès de l'électricité et du magnétisme, page 237.

11. — Sur les courbes électro-dynamiques.

Ces courbes sont analogues aux courbes magnétiques d'un aimant ; mais elles sont plus générales, car, au lieu de deux pôles d'aimant qui servent à déterminer les propriétés de ces dernières, on considère un assemblage tout à fait quelconque de courants électriques fermés. J'ai donné, dans mon rapport sur les progrès de l'électricité et du magnétisme, page 234, les propriétés générales de ces courbes, et j'ai montré la concordance qui existe entre les résultats de la théorie d'Ampère et les conséquences que Faraday a tirées de ses idées sur les lignes de force.

V

MÉCANIQUE

1. — Théorie générale des mouvements relatifs. — Son application aux mouvements des corps sur la terre. — Pendule de Foucault considéré comme pendule simple faisant des oscillations d'une amplitude quelconque, et comme pendule composé.

Mémoire présenté à l'Académie des sciences le 1^{er} décembre 1851, et imprimé en partie dans le *Journal de mathématiques pures et appliquées*.

Si les oscillations n'étaient pas infiniment petites et que le pendule ne passât pas, en tombant, par la verticale, le point culminant de la courbe décrite ne conserverait pas une orientation fixe, alors même que la terre ne tournerait pas ; la théorie montre en effet que ce point se déplace dans le sens suivant lequel le pendule décrit sa spirale. Il était donc nécessaire d'étudier le pendule de Foucault sans supposer les oscillations infiniment petites et de mettre en évidence l'influence des diverses causes qui font varier la vitesse du déplacement des points culminants. C'est en me plaçant à ce point de vue que j'ai traité la question, et j'ai trouvé, dans le cas du pendule simple, que cette vitesse de déplacement se composait de deux termes dont le premier donne la loi de Foucault. Cette loi est plus ou moins masquée par le second terme qui dépend des écarts maxima et minima du pendule, ainsi que de la durée des oscillations ; mais, si l'on dispose l'expérience avec toutes les précautions que prenait Foucault au sujet de la longueur du pendule et de son écart minimum, l'influence du second terme devient très-faible, même lorsque l'expérience dure longtemps ; dans ces conditions, la loi de Foucault se manifeste d'une manière évidente.

Il y a un autre genre d'influence qu'il faut éliminer autant que possible, lorsqu'il s'agit du pendule composé. Si l'on parvenait à annuler toute vitesse de rotation autour de l'axe au moment du départ, et à rendre presque insensible la perturbation dont nous venons de parler, le point culminant de la spirale décrite ne se déplacerait pas conformément à la loi de Foucault. La vitesse du déplacement dépendrait en effet des moments d'inertie du pendule ; mais l'influence de ces moments, qui peut être

très-grande, s'affaiblit beaucoup lorsqu'on donne au pendule la forme et les dimensions que Foucault adoptait; elle s'affaiblit même au point que la loi de Foucault reste seule sensible dans des expériences d'une grande durée.

Afin de traiter ces questions dans toute la généralité que je viens d'indiquer, j'ai exposé, au commencement du mémoire, la théorie complète des mouvements relatifs, théorie dont je me suis ensuite servi pour établir les lois des gyroscopes.

2. — Oscillation du pendule de Foucault, lorsqu'on tient compte de la résistance de l'air.

Mémoire présenté à l'Académie des sciences le 24 mai 1832.

Cette étude a été la suite naturelle de celle que je viens d'indiquer. Je désirais connaître toutes les causes qui peuvent masquer plus ou moins la loi de Foucault, afin de les éliminer dans la préparation des expériences, et d'éviter des mécomptes. La résistance de l'air ne m'a pas paru exercer d'influence sensible sur la loi de Foucault.

3. — Gyroscopé de Foucault à plan directeur.

Mémoire présenté à l'Académie des sciences le 1^{er} novembre 1832, et publié dans le *Journal de mathématiques pures et appliquées*.

Voici les principaux résultats de ce travail.

Lorsque le plan directeur est horizontal, l'axe du corps tournant ne peut être en équilibre relatif que dans la méridienne; cet équilibre est stable ou instable, suivant que la rotation du mobile est de même sens que celle de la terre ou de sens contraire. Le gyroscopé à plan directeur horizontal peut donc servir, au moins au point de vue théorique, pour déterminer la direction de la méridienne sur le plan horizontal, et le sens général de la rotation terrestre.

Lorsque le plan directeur est dans le méridien, l'axe du corps tournant ne peut être en équilibre relatif que s'il est parallèle à l'axe terrestre, et cet équilibre est stable ou instable dans les mêmes conditions que précédemment. Le gyroscopé à plan directeur vertical peut donc faire connaître l'angle que l'axe terrestre fait avec le plan horizontal et par conséquent la latitude du lieu.

Généralement, quelle que soit la position du plan directeur, si l'on projette sur lui l'axe de la terre, on a la direction d'équilibre relatif pour l'axe du corps tournant.

La durée des oscillations de l'axe autour de la ligne d'équilibre varie en raison inverse de la vitesse angulaire de rotation, toutes choses égales d'ailleurs.

Pour la même vitesse de rotation du corps, la durée d'oscillation reste la même dans tous les lieux de la terre, si le plan directeur est placé dans le méridien. Au point de vue théorique, cette durée peut faire connaître la vitesse angulaire de la rotation terrestre.

Lorsque le plan directeur est horizontal et que la vitesse de rotation reste la même, les carrés des durées d'oscillation sont en raison inverse du cosinus de la latitude.

Si l'on compare les nombres d'oscillation exécutées dans le même temps, lorsque le plan directeur est tour à tour horizontal et dans le méridien, on trouve que le rapport des carrés de ces nombres est égal au cosinus de la latitude multiplié par le rapport inverse des vitesses de rotation.

Il suit de ces propositions que, sans sortir de son cabinet et sans voir le ciel, un observateur peut prouver que la terre tourne, constater le sens de sa rotation, déterminer approximativement la méridienne, la direction de l'axe terrestre et la latitude du lieu; il pourrait même déterminer la vitesse de rotation de la terre, s'il parvenait à donner de la précision aux expériences.

4. — Gyroscope Foucault à axe libre.

Mémoire présenté à l'Académie des sciences le 26 octobre 1852, et publié dans le *Journal de mathématiques pures et appliquées*.

Les principaux résultats sont les suivants :

Lorsque le corps tournant a primitivement reçu une vitesse de rotation très-considérable, et que son axe est rendu libre après avoir été mis dans une position quelconque d'équilibre relatif, cet axe persistera dans cette position d'équilibre si la terre ne tourne pas, et il en sortira si la terre tourne. Ce mouvement de l'axe, qui se produit en effet, serait sans cause extérieure apparente pour un observateur qui ne saurait pas que la terre tourne, et peut servir à prouver cette rotation.

Si l'on parvenait à exécuter l'expérience dans toute la rigueur des conditions mathématiques, on en déduirait la direction de l'astre terrestre, et la vitesse de rotation de la terre, puisque, abstraction faite de quelques inégalités excessivement petites, l'axe du solide tournant doit se mouvoir de la même manière que celui d'une lunette parallatique.

5. — Théorie des gyroscopes de Foucault, lorsqu'en tient compte des moments d'inertie de toutes les pièces qui servent à supporter le corps tournant.

Présentée à l'Académie des sciences le 8 novembre 1852, et publiée dans le *Journal de mathématiques pures et appliquées*.

6. — Nouvelle méthode pour déterminer les lois des gyroscopes.

Présentée à l'Académie des sciences le 15 novembre 1832, et analysée dans le t. XLII des comptes rendus.

Cette nouvelle méthode a été imaginée pour contrôler les résultats déjà obtenus, ce qui a paru utile au moment où des doutes étaient élevés au sujet de l'interprétation des expériences de Foucault.

7. — Sur les mouvements relatifs.

Mémoire présenté à l'Académie des sciences le 17 mars 1856, et analysé dans les comptes rendus, t. XLII.

J'ai exposé dans ce travail une méthode générale pour résoudre les problèmes de mouvement relatif, en ramenant la forme des équations différentielles à celle des équations pour les mouvements absolus. De cette manière, je mets à profit tous les travaux qui ont été faits sur ces derniers mouvements. J'ai donné une application de cette méthode au problème de la chute libre pour déterminer la déviation orientale.

8. — Thèses de doctorat soutenues en 1839 devant la Faculté de Paris.

La thèse de mécanique donne la théorie des oscillations des corps flottants à un point de vue général. Par un choix convenable de variables, j'obtiens, quelle que soit la constitution du corps oscillant, des équations linéaires dont les intégrales font connaître les conditions de stabilité.

Dans la thèse d'astronomie, j'applique une méthode de Lagrange pour former les équations du mouvement oscillatoire de la mer, et je développe un cas particulier.

Sur la force vive d'un système vibrant ;

PAR M. QUET.

« Dans un Mémoire non encore imprimé, qui a été présenté à l'Académie en 1865 et qui, conformément à la proposition de M. Fizeau, a reçu en 1866 une Mention honorable, j'ai démontré la proposition suivante : *Les forces vives explicite, implicite et totale de tout système vibrant sont respectivement égales à la somme des forces vives de même dénomination qui correspondent aux divers mouvements simples, dans lesquels le mouvement produit peut se décomposer.* J'avais été conduit à ce théorème par la découverte que M. de Saint-Venant avait fait connaître en 1865. C'est de lui qu'il est question dans une partie de la Communication et du Rapport présentés par ce savant à la dernière séance de l'Académie. J'en ai trouvé une nouvelle démonstration très-rapide, que je vais indiquer brièvement, en adoptant les notations de Lagrange. L'équation des forces vives est

$$T + V - H = \gamma.$$

T , $V - H$ et γ sont les demi-forces vives *explicite*, *implicite* et *totale*, ou les *énergies actuelle*, *potentielle* et *totale*. On trouve, dans l'ouvrage de Lagrange,

$$T = \frac{(1)d\dot{q}_1^2 + (2)d\dot{q}_1 d\dot{q}_2 + (3)d\dot{q}_2^2 + \dots}{2 dt^2} + \frac{(1, 2)d\dot{q}_1 d\dot{q}_2 + (1, 3)d\dot{q}_1 d\dot{q}_3 + (2, 3)d\dot{q}_2 d\dot{q}_3 + \dots}{dt^2},$$

$$V - H = \frac{[1]\xi^2 + [2]\xi\phi + [3]\phi^2 + \dots}{2} + \left\{ [1, 2]\xi\dot{\phi} + [1, 3]\xi\dot{\varphi} + [2, 3]\phi\dot{\varphi} + \dots \right\},$$

$$\xi = S' + S'' + S''' + \dots, \quad \phi = f'S' + f''S'' + \dots, \quad \varphi = g'S' + g''S'' + \dots;$$

$$\frac{d\xi}{dt} = U' + U'' + U''' + \dots, \quad \frac{d\phi}{dt} = f'U' + f''U'' + \dots, \quad \frac{d\varphi}{dt} = g'U' + g''U'' + \dots$$

* J'ai posé

$$S = E \sin (t \sqrt{K} + c), \quad U = E \sqrt{K} \cos (t \sqrt{K} + c);$$

les accents se rapportent aux diverses racines d'une équation en K , dont le degré est égal au nombre des variables $\xi, \psi, \varphi, \dots$, et que l'on obtient par l'élimination des quantités f, g, \dots , entre les n équations suivantes :

$$P = Kp, \quad Q = Kg, \quad R = Kr \dots$$

* Pour démontrer le théorème sur les forces vives implicites, il n'y a qu'à porter les valeurs précédentes de ξ, φ, ψ dans l'expression de $V - H$, en ayant égard à une remarque que je ferai bientôt. A cause de la symétrie des formules, la même démonstration servira pour la force vive explicite. On a

$$\begin{aligned} 2(V - H) = S^2 \{ & [1] + [2]f'' + [3]g'' + 2\{[1, 2]f' + [1, 3]g' + [2, 3]g' + f'\} \\ & + 2S'S''\{[1] + [2]f'f'' + [3]g'g'' \\ & + [1, 2](f' + f'') + [1, 3](g' + g'') + [2, 3](f'g'' + f''g') \dots\}, \\ & + S^2, \dots \\ & + \dots \end{aligned}$$

* Je mets en évidence les quantités f'', g'', \dots dans le coefficient de $2S'S''$, et j'ai pour sa valeur

$$\begin{aligned} & [1] + [1, 2]f' + [1, 3]g' + \dots + f''\{[1, 2] + [2]f' + [2, 3]g' \dots\} \\ & + g''\{[1, 3] + [2, 3]f' + [3]g' \dots\} \dots \end{aligned}$$

Cette quantité se réduit immédiatement à

$$P' + f''Q' + g''R' + \dots,$$

d'après les expressions de P, Q, R données par Lagrange, et, par suite, à

$$K'(p' + f''q' + g''r' + \dots).$$

Or Lagrange démontre que l'on a cette équation importante:

$$p' + f''q' + g''r' + \dots = 0.$$

Il suit de là que le coefficient de $2S'S''$ est nul. Le coefficient de S^2 peut s'écrire ainsi:

$$\begin{aligned} & [1] + [1, 2]f' + [1, 3]g' + \dots + f'\{[1, 2]f' + [2]f' + [2, 3]g' + \dots\} \\ & + g'\{[1, 3] + [2, 3]f' + [3]g' + \dots\} + \dots, \end{aligned}$$

ou bien

$$P' + f'Q' + g'R' + \dots \quad \text{ou} \quad K'(p' + f'q' + g'r' + \dots).$$

Je pose

$$h = p + fq + gr + \dots$$

et j'ai

$$2(V - H) = K'K'S'^2 + K''K''S''^2 + K'''K'''S'''^2 + \dots;$$

de même on a

$$2T = h'U'^2 + h''U''^2 + h'''U'''^2 + \dots;$$

Comme

$$U^2 + KS^2 = KE^2,$$

il s'ensuit que

$$2\gamma = h'K'E'^2 + h''K''E''^2 + \dots$$

Les trois équations qui précèdent renferment les trois parties du théorème général que j'ai énoncé.

• Chaque molécule des corps consiste en un assemblage d'atomes qui sont tenus à distance les uns des autres par des forces attractives ou répulsives, et qui peuvent osciller autour d'une position d'équilibre stable. La molécule est donc en quelque sorte un instrument vibrant qui peut se déplacer, tourner sur lui-même et osciller autour du centre de gravité.

• Lorsque les atomes de la molécule vibrent sans que celle-ci tourne et se déplace, la demi-force *totale* de ces vibrations, qui sert de mesure dynamique à la chaleur due à ces vibrations, est égale, d'après le théorème précédent, à la somme des chaleurs qu'elle aurait si chaque mouvement simple, dans lesquels le mouvement atomique peut se décomposer, avait lieu séparément et successivement.

• Les atomes de la molécule ne peuvent exécuter qu'un nombre déterminé de mouvements simples dont les durées périodiques dépendent de la constitution de la molécule. Cela résulte des équations qui précèdent, et s'applique au cas de la molécule isolée. Dans l'éther, chacun de ces mouvements simples engendre une onde de même durée périodique. Il est permis de conjecturer que telle est la cause des raies brillantes que la lumière des vapeurs et des gaz incandescents produit dans le spectre prismatique. Si la flamme de l'alcool salé donne abondamment les rayons jaunes D, c'est que les durées périodiques de ces rayons appartiennent à la série des durées périodiques qui caractérisent les mouvements simples dont la molécule du sel marin est susceptible.

» Lorsque ces rayons jaunes traversent la flamme de l'alcool salé, ils font vibrer synchroniquement les atomes de la molécule de sel marin, ce qui est possible, d'après ce que nous venons de dire. Ils leur communiquent donc une partie de leur force vive, ce qui explique l'absorption observée par expérience, et, par suite, la cause du renversement des raies, et plus généralement la cause de l'inégalité qui existe dans les pouvoirs absorbants des gaz et des vapeurs pour les divers rayons calorifiques ou lumineux.

» Je traiterai, dans une autre Communication, de la force vive d'un système qui vibre, tourne et se déplace. »

(9 décembre 1872.)

Sur les variations du magnétisme terrestre;

PAR M. QUET.

« Je me propose d'examiner, à l'aide du calcul, la théorie qui attribue au Soleil une action directe sur les fluides magnétiques et électriques de la Terre.

« Le Soleil sera regardé comme le siège de courants électriques fermés, de dimensions, de forme, d'orientation et d'intensité quelconques. Cette constitution comprend le cas où l'astre contiendrait des corps magnétiques, que l'on peut toujours considérer comme des assemblages de courants particuliers.

« L'action de ce système, quelque compliquée qu'elle puisse être près de la surface, devient assez simple lorsqu'elle s'applique à des points très-éloignés, comme ceux de la Terre. Je montre qu'elle est équivalente à celle d'un courant unique qui se propagerait, avec une intensité convenable, sur la circonférence d'un grand cercle solaire dont le plan serait bien choisi. Ce courant fictif sera le grand courant solaire ou le courant résultant; le diamètre du Soleil, perpendiculaire à ce plan, sera l'axe électrodynamique de l'astre, et ses deux extrémités en seront les pôles électrodynamiques.

« Si la Terre ne tournait pas et ne se mouvait pas dans son orbite, si le Soleil n'avait pas non plus de mouvement révolutif et que ses pôles électrodynamiques fussent immobiles sur sa surface, l'action exercée par l'astre sur les courants particuliers des corps magnétiques de notre globe tendrait à donner une certaine direction à l'axe de ces courants et à nimer la Terre dans un certain sens.

« Rendons au Soleil et à la Terre leurs mouvements de rotation et de translation, et des phénomènes nouveaux vont se produire. L'état magnétique de notre globe éprouvera des changements périodiques, qui dépendront de sa vitesse de rotation et de son mouvement de translation sur l'or-

bite; en second lieu, les fluides électriques de la Terre seront mis en mouvement dans les bons conducteurs, par des forces électromotrices d'induction dues à la rotation et à la translation de la Terre; le Soleil, en tournant sur lui-même, induira notre globe, et les variations d'intensité de ses courants électriques engendreront aussi des forces électromotrices, qui seront régulières ou périodiques comme les variations d'où elles dérivent.

» J'ai calculé, d'une manière générale et complète, les composantes de toutes les forces qui se produisent dans ces conditions très-diverses, et j'ai obtenu des valeurs constantes et des valeurs périodiques.

» La période du jour solaire moyen, qui est fondamentale dans les variations des boussoles, ainsi que celle de l'année solaire, ne se trouvent pas dans les composantes des forces qui agissent sur les fluides magnétiques de la Terre, ni dans celles des forces électromotrices d'induction, qui proviennent de la rotation de la Terre; mais ces forces donnent la période du jour sidéral, qui jouit de cette propriété importante, que les phénomènes réglés sur elle changent de sens de six mois en six mois, pour une même heure du jour solaire.

» C'est dans les forces électromotrices d'induction, dues à la translation de la Terre sur son orbite, et à la rotation du Soleil, que j'ai rencontré la période fondamentale du jour solaire moyen et celle de l'année solaire.

» Mes formules résolvent, dans toute leur généralité, les divers problèmes que j'ai indiqués. Pour examiner les phénomènes produits par les forces, il est bon de distinguer plusieurs cas. Dans cette Communication, je me bornerai à faire connaître les conséquences des formules, lorsque les pôles électrodynamiques du Soleil sont sur les pôles de rotation; pour fixer les idées, je supposerai que le pôle électrodynamique austral et le pôle nord de rotation coïncident.

» Considérons une terre fictive, convenablement constituée au point de vue des corps magnétiques et des bons conducteurs de l'électricité, tournant sur elle-même et décrivant une orbite autour d'un soleil sillonné de courants électriques assez intenses pour agir avec efficacité sur elle. Examinons tour à tour les effets des forces constantes et des forces variables, et appliquons ce principe général de Laplace, que l'état d'un système de corps devient périodique, comme les forces qui les aiment, lorsque l'effet des conditions primitives du mouvement a disparu par l'action des résistances.

» Cette terre fictive s'aimantera; elle aura son pôle magnétique boréal au nord de l'équateur et son pôle austral au sud.

» Son atmosphère sera chargée d'électricité positive, dont la tension augmentera avec la hauteur au-dessus du sol. Les couches intérieures et voisines du sol seront électrisées négativement.

» A la surface de cette terre, les boussoles éprouveront des changements continuels, soit dans la direction de l'aiguille aimantée, soit dans l'intensité de la force qui l'anime.

» Ces changements seront soumis à une variation diurne, réglée sur les heures solaires.

» La marche de cette variation diurne sera de sens contraires dans les deux hémisphères séparés par l'équateur.

» La variation diurne sera accompagnée d'une inégalité annuelle.

» Pour cette inégalité, la marche de la boussole sera de même sens dans les deux hémisphères.

» Il y aura, dans le mouvement des boussoles, une variation annuelle réglée sur les mois solaires.

» Des perturbations seront éprouvées par les boussoles, si les courants électriques solaires varient d'intensité. Au même instant du temps absolu, le pôle austral de la boussole de déclinaison subira, sur toute la surface de la terre fictive, des écarts simultanés inégaux, étendus en certaines régions, faibles ou nuls en d'autres, ici dirigés vers l'orient et là vers l'occident. Ces perturbations auront un caractère périodique, si l'état du Soleil varie périodiquement. L'aiguille aimantée pourra donc servir à étudier les changements électrodynamiques du Soleil.

» La terre fictive que nous venons de considérer offre une image très-frappante de ce qui se passe sur notre globe, et par cela même la théorie de l'action directe me semble avoir acquis un degré de probabilité qu'elle n'avait pas.

» Dans d'autres Communications, je ferai connaître les conséquences de mes formules générales, lorsque les pôles électrodynamiques du Soleil, n'étant pas sur l'axe de rotation, tournent avec lui, en se déplaçant ou en restant fixes sur la surface. »

(11 mars 1878.)